



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko

STABILNOST VRTINCEV V RAZLIČNIH FIZIKALNIH POLJIH

Diplomski seminar na študijskem programu 1. stopnje Fizika

Maja Urbanč

Mentor: prof. dr. Samo Kralj

Maribor, 2024

Zahvala

Zahvaljujem se za podporo pri pisanju tega diplomskega seminarja svojemu mentorju prof. dr. Samo Kralju za strokovno pomoč in usmeritve, ko nisem znala nadaljevati s pisanjem, profesorici dr. Nataši Vaupotič, da je imela potrpljenje z mojo površnostjo in mi pomagala seminar preoblikovati v strokovno in pravopisno ustrezno obliko besedila, ter svojima staršema za finančno podporo s katero sta mi omogočila več časa za pisanje tega diplomskega seminarja.

URBANČ, M.: Stabilnost vrtnicev v različnih fizikalnih poljih

Diplomski seminar, Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Oddelek za fiziko, 2024.

POVZETEK

V diplomskem seminarju preučujemo vrtnice v vodi in olju. Pojasnimo pogoje za nastanek vrtnicev in osnovne lastnosti vrtnicev kot so hitrost gibanja tekočine v vrtincu, vrtinčnost, vrtinčne linije in cevi, ter spiralnost vrtnicev. Z magnetnim mešalom ustvarjamo vrtnice v vodi in olju, ter preučimo njihove geometrijske lastnosti in njihovo stabilnost pri različnih pogojih. Ti pogoji so odvisni od količine in višine tekočine, ter moči mešanja magnetnega mešala. Ugotovili smo, da je pri izbrani količini in višini tekočine ter moči mešanja polmer vrtinca manjši, če je viskoznost tekočine večja. Druga pomembnejša ugotovitev pa je, da se čas izginjanja vrtinca, ko z mešanjem prenehamo, manjša z večanjem viskoznosti tekočine.

Ključne besede: Vrtinci, topologija, hitrostno polje

ABSTRACT

In the diploma seminar, we study vortices in water and oil. We explain the conditions for the formation of vortices and the basic properties of vortices, such as the speed of fluid movement in the vortex, vorticity, vortex lines and pipes, and helicity of vortices. We use a magnetic stirrer to create eddies in water and oil, and study their geometric properties and their stability under different conditions. These conditions depend on the amount and height of the liquid and the stirring power of the magnetic stirrer. We found that for the selected amount and height of the liquid and mixing power, the radius of the vortex is smaller if the viscosity of the liquid is higher. Another more important finding is that the time for the vortex to disappear, when mixing is stopped, decreases as the viscosity of the liquid increases.

Keywords: Vortices, topology, velocity field

Kazalo vsebine

1 Uvod	1
2 Osnovne značilnosti vrtnicev	2
2.1 Hitrost gibanja tekočine v vrtincu	3
2.2 Vrtinčnost, vrtinčne linije in cevi	6
2.3 Spiralnost vrtnicev	7
3 Poskus: stabilnost vrtnicev v različnih tekočinah	9
3.1 Vrtinci v vodi	9
3.2 Vrtinci v olju	15
3.3 Neuspeli poskusi	21
4 Zaključek	22

1 Uvod

V naravi pogosto zasledimo vrtince v različnih *fizikalnih poljih*. Pri tem *fizikalno polje* predstavlja določeno lokalno ureditev v prostoru in času. Primeri so npr. vrtinci v hitrostnem polju tekočin, v hitrostnem polju vetra, v električnem ali magnetnem polju... Razumevanje osnovnih značilnosti vrtincev je zanimivo za vsa področja fizike, poleg sistemov kondenzirane materije je zanimivo tudi za kozmologijo in fiziko delcev. Pomen fizikalnih polj za opis osnovnih pojavov v naravi predstavlja nedavno odkritje Higgsovega bozona. Slednje odkritje je pomembno predvsem iz vidika, da dokaz obstoja Higgsovega bozona pomeni dokaz obstoja Higgsovega polja, ki je v splošnem prisotno v vsaki točki vesolja. Torej prostor, prav tako vakuum, ni »prazen«, kot zasledimo v večini učbenikov. Omenimo, da so Higgsovo polje napovedali teoretično, da so lahko razložili pojave v zgodnjem vesolju tik po velikem poku.

Odkritje Higgsovega delca tudi nakazuje, da *fizikalna polja* predstavljajo naravo z osnovnega vidika. V tem primeru so *osnovni delci* standardnega modela posledični, torej sekundarni pojav. In kaj so potem delci? Možno je, da delce predstavljajo t. i. *topološki defekti*. Slednji predstavljajo topološko zavarovano lokalizirano strukturo v ustreznem *fizikalnem polju*, ki v splošnem izkazuje v kakšni točki prostora singularnost (oziroma, tam ni definirana). Pri tem topološka zavarovanost pomeni, da singularnosti ne moremo odstraniti z lokalnim zveznim spreminjanjem polja, če ne spreminjamo robnih pogojev in polja ne »izklopimo«. Topološkim defektom pripišemo *topološki naboj*, ki je t. i. topološka invarianta in se v sistemu ohranja. Primer predstavlja električni naboj v električnem polju.

Opis topoloških defektov je osnovan na topologiji, ki je neodvisna od mikroskopskega stanja sistema. Posledično je opis obnašanja topoloških defektov univerzalen, torej neodvisen od mikroskopskih lastnosti. Zato je pomembno najti sisteme, kjer lahko topološke defekte dokaj enostavno kreiramo in eksperimentalno opazujemo in lahko tako sistematično preučujemo njihovo obnašanje. Zaradi univerzalnosti so spoznanja pogosto zanimiva tudi za druga področja znanosti.

V nalogi bom preučevala vrtince v različnih tekočinah. Vrtinci predstavljajo najpreprostejši primer topoloških defektov in jih pogosto zasledimo v vsakdanjem življenju. Namen tega diplomskega dela je preko preučevanja stabilnosti in geometrijskih lastnosti vrtincev v različnih tekočinah, ter če je možno narediti povezavo z drugimi področji fizike. Zanimiva je predvsem ideja, da so atomi le t. i. različni vozli v enem izmed fizikalnih polj in s tem podobni vrtincem. Osnovna predpostavka pri tem diplomskem delu oz. osnovni motiv za to delo je, da če razumemo, kako se obnašajo vrtinci v tekočinah, lahko to znanje uporabimo tudi na področju razumevanja sestave atomov.

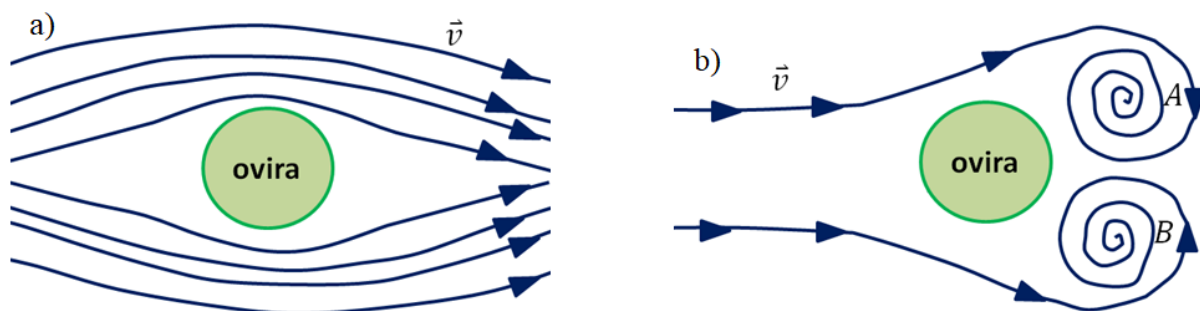
Preučevali bomo vrtince v tekočinah, zato to delo uvrstimo na širše fizikalno področje dinamike tekočin, ožje na vrtince in najožje na obnašanje vrtincev v tekočinah. Na to temo je bilo izvedenih že več raziskav v različnih fizikalnih poljih. Večji primer raziskav v hitrostnem polju vetra je preučevanje razvoja tornadov v okviru projekta Preverjanje izvora rotacije v poskusu tornadov (ang. Project VORTEX), kjer so preučevali kako se formira tornado, kako dolgo

obstaja, zakaj tako dolgo obstaja, ter kaj povzroči njegovo disipacijo [1]. Primer raziskav v magnetnem polju je preučevanje časovnega razvoja magnetohidrodinamičnega vrtinca na katerega vpliva stabilno magnetno polje vzdolž svoje osi [2]. Primer raziskav v električnem polju pa je preučevanje feroelektričnih vrtničnih domen (npr. za shranjevanje energije [3]). Primer raziskav v fizikalnem hitrostnem polju tekočin je ustvarjanje in preučevanje obnašanja vrtincev v vodi [4], [5] in [6]. Pri poskusih z laserskim anemometrom [4] so merili komponente hitrosti vrtincev v vodi [4], pri [5] so preučevali vrtnični tok, ki ga ustvarimo z magnetnim mešalom, pri [6] pa so opisali poskuse in teorijo prostih in vsiljenih vrtincev.

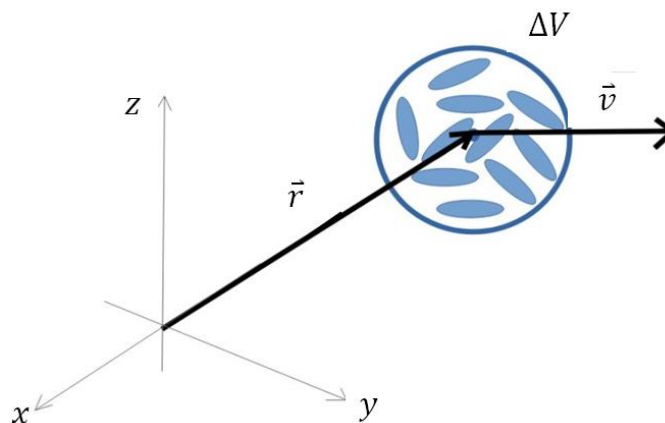
V nadaljevanju bomo obravnavali osnovne lastnosti vrtincev, predstavili kako jih pravilno fizikalno opišemo (poglavje 2). V poglavju 3 bomo preučili, kako se spreminjajo premeri vrtincev na površini tekočine pri različnih pogojih, pri katerih ustvarjamo.

2 Osnovne značilnosti vrtincev

Pogoj, da vrtinec nastane, je ustrezna vzbuditev v ustreznem *fizikalnem polju*, ki povzroči t. i. frustracijo oz. konfliktno robno pogoje. Konfliktni robni pogoji v našem primeru pomenijo, da so pogoji v središču tekočine drugačni, kot bi jih želela površina posode. Primer nastanka vrtinca v tekočini je tok tekočine mimo ovire (slika 1), kjer ovira v posameznem toku tekočine predstavlja vzbuditev v molekularnem fizikalnem polju. Za opis vrtincev v tekočinah uporabljamo hitrostno polje $\vec{v}$, ki je definirano na t.i. mezoskopskem nivoju, kot je prikazano na sliki 2. Pri tem opisu »točka« ustreza manjšemu volumnu, kjer je končno število molekul. Običajno polmer volumna predstavlja korelacijska dolžina, ki pove tipično razdaljo, na kateri lokalno vzbujena motnja v sistemu zamre v mikroskopskem opisu sistema. Hitrostno polje v »točki« tako predstavlja povprečno obnašanje v takšnem volumnu.



Slika 1. Tokovnice (modre krivulje) v primeru a) laminarnega in b) turbulentnega toka tekočine okoli ovire. A in B sta vrtinca, $\vec{v}$ je hitrost tekočine.



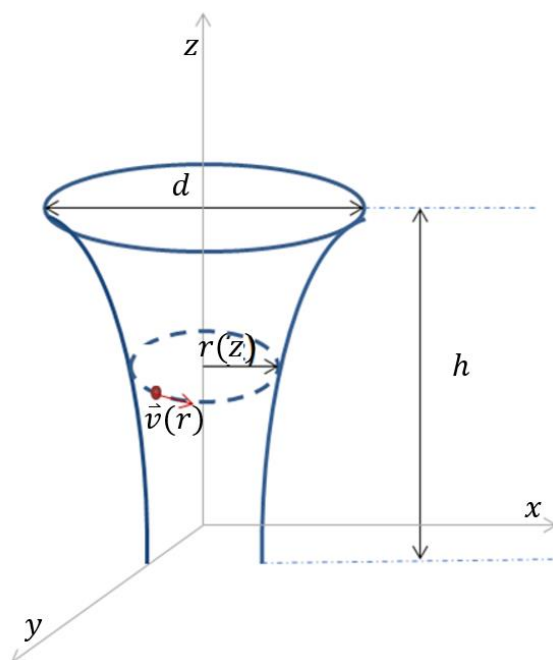
Slika 2. Shematski prikaz hitrostnega polja tekočine na t. i. mezoskopski skali. Hitrost $\vec{v}$ predstavlja povprečno hitrost molekul, ki se nahajajo v volumnu ΔV . Vektor $\vec{r}$ povezuje izhodišče kartezičnega koordinatnega sistema z osmi x , y , z s središčem volumna ΔV .

Laminarni tok nima vrtincev (slika 1a), povprečno hitrostno polje je majhno, zato se v tem primeru vrtinci ne formirajo. Pri dovolj velikem hitrostnem polju se v sistemu pojavijo vrtinci (slika 1b), v katerih je relativno velika koncentracija energije. Na sliki 1b sta prikazana "vrtinec" in "antivrtinec", ki ju lahko izničimo tako, da se združita težišči vrtincev. Pri velikem številu vrtincev sistem lahko preide v turbulentno gibanje, ki je popolnoma nepredvidljivo in predstavlja v sistemu »rob kaosa«.

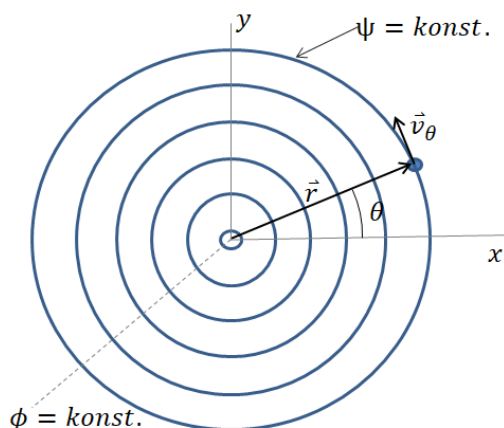
Vrtinec nastane, ko se sosednji deli tekočine gibljejo različno hitro. Sosednji deli tekočine se ne morejo gibati neodvisno, saj med njimi deluje viskozna sila, ki povzroča trenje med sosednjimi deli tekočine. Zato celoten sistem teži k temu, da bi se sosednji deli tekočine gibal s čim bolj podobno hitrostjo, ker bo tako viskozna sila trenja med sosednjimi deli tekočine opravila najmanj dela, kar je za sistem energijsko najbolj ugodno. To sistem doseže tako, da se najhitrejši deli tekočine gibajo po najmanjši (možni) krožnici okoli neke točke, zraven po širši krožnici deli z malo manjšo hitrostjo in tako naprej do čimbolj zunanje krožnice, kjer so hitrosti delov tekočine najmanjše. Hitrejše gibanje tekočine v notranjosti vrtinca povzroči nižji tlak pod tem delom tekočine v primerjavi z deli tekočine, ki krožijo počasneje. Na delih tekočine, kjer je tlak nižji, zato zračni tlak ustvari luknjo, v kateri so deli tekočine, ki se gibljejo hitreje, nižje od delov tekočine, ki se gibljejo počasneje.

2.1 Hitrost gibanja tekočine v vrtincu

Na sliki 3 je prikazan tipični geometrijski profil vrtinca. Višina vrtinca je h , d je največji premer vrtinca, $\vec{r}(z)$ je polmer vrtinca na višini z in $\vec{v}(r)$ je krožilna hitrost dela tekočine, kjer je polmer vrtinca enak r . Pripadajoče hitrostno polje je predstavljeno na sliki 4. Hitrostno polje ima pogosto samo komponento vzdolž azimutnega kota, če sistem opišemo v cilindričnih koordinatah (slika 4). V tem primeru ima vrtinec vedno obliko lijaka, ker se sistem tako izogne singularnosti v središču vrtinca. Vrtinci se lahko izognejo singularnosti tudi na drugačne načine. Tako lahko v središču vrtinca pobegnejo vzdolž osi z , kar je pogosto realizirano v tornadu, ki predstavlja vrtinec v atmosferskem hitrostnem polju. V tornadu se narava izogne singularnosti z lokalno »izklopljenim poljem«, kjer je hitrost v središču vrtinca enaka nič.



Slika 3. Skica vrtnica (pogled s strani) v koordinatnem sistemu z osmi x, y, z . Višina vrtnica je h . Premer vrtnica na gladini je d . Polmer vrtnica na višini z je $\vec{r}(z)$ in hitrost delca na tej višini je $\vec{v}(r)$.



Slika 4. Skica vrtnica (pogled od zgoraj) v koordinatnem sistemu x, y, z . Delček tekočine (moder krožec) se giblje s hitrostjo $\vec{v}_\theta$ po krožnici s polmerom r . θ je kot med radij vektorjem r in abscisno osjo x ; ψ je funkcija toka, ki je na posamezni krožnici konstantna. Za posamezni kot θ je hitrostni potencial ϕ konstanten pri vseh različnih polmerih kroženja delcev tekočine.

V nadaljevanju bomo obravnavali preprosto modeliranje vrtnica, ki ima samo azimutno komponento hitrostnega polja. Slednje običajno opišemo s hitrostnima potencialoma ϕ in tokom ψ [7]. Analitična rešitev za vrtinec je podana z

$$\phi = K\theta, \quad (1)$$

in

$$\psi = -K \ln r, \quad (2)$$

kjer je konstanta K navojno število in θ kot med radij vektorjem r in abscistno osjo x . Konstanta K ima vlogo topološke invariante in ima lahko samo diskretne vrednosti. Določimo jo iz pogoja s katerim zahtevamo, da je fazna sprememba ϕ po enem obhodu večkratnik 2π . Namreč, po zaključeni zanki sistem preide v isto fizikalno stanje. Konstanti $K = 1$ in $K = -1$ opisujeta t.i. *vtinec* in *antivrtinec*.

Komponento hitrostnega polja (v_θ) vzdolž koordinate θ je

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} . \quad (3)$$

Če upoštevamo enačbo (2), ugotovimo, da je

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} . \quad (4)$$

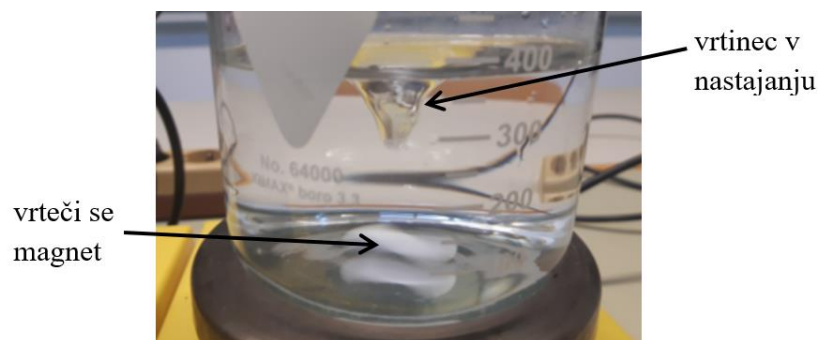
Ob upoštevanju enačb (1) in (2) dobimo natančno vrednost v_θ :

$$v_\theta = \frac{K}{r} . \quad (5)$$

Vidimo, da je rešitev singularna v točki $r = 0$. V realnem sistemu se izognemo singularnosti z luknjo v središču vrtinca, tako da v tej točki ni polja. Vidimo, da hitrostno polje pojema kot $1/r$. Če se težišči *vtinca* in *antivrtinca* pokrijeta, se hitrostno polje sistema izniči. Groba analoga omenjenih lokaliziranih struktur sta *delec* in *antidelec*, ki predstavljata lokalizirano strukturo, v kateri je skoncentrirana relativno velika energija.

Če izhajamo iz laminarnega toka, se mora ob *vtincu* pojaviti tudi *antivrtinec* zaradi ohranitve vrtilne količine. V zgornjem opisu vrtinca se ohranitev vrtilne količine odraža v ohranitvi navojnega števila, ki je za cel sistem v opisanem primeru enak nič.

Na sliki 5 je predstavljen nastanek vrtinca v vodi. Vrtinec tvorimo z vrtečim se magnetom na dnu posode. V tem primeru tvorimo samo en vrtinec, ki ga tvorimo z zunanjim navorom na sistem. Hitrostno polje je na dnu vrtinca bodisi enako nič ali pa ima vsaj azimutno komponento polja enako nič.



Slika 5. Vrtinec v nastajanju v vodi zaradi vrtenja magnetnega mešala.

2.2 Vrtinčnost, vrtinčne linije in cevi

Vrtinčnost $\vec{\omega} = (\xi, \eta, \zeta)$, kjer so ξ, η, ζ komponente vrtinčnosti v x, y in z smeri, je ključna fizikalna količina za opis topoloških lastnosti geometrijskih struktur. Definirana je s hitrostnim poljem $\vec{v}$ kot:

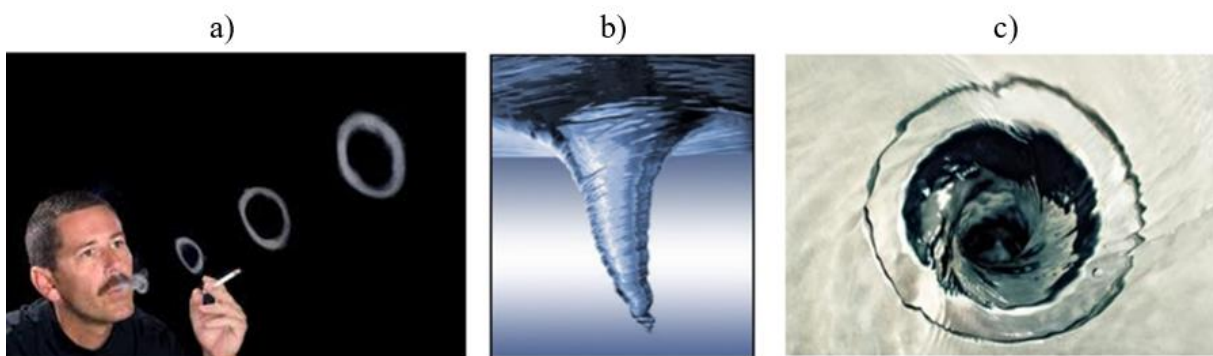
$$\vec{\omega}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{v}. \quad (6)$$

Vrtinčnost dobro opisuje lokalizirano *jedro* vrtinca. Njena vrednost je znatna samo v neposredni bližini središča vrtinca. Tako v grobem podaja vrtincu *delčno* obliko. V splošnih primerih je matematični opis vrtinca in njegovo časovno obnašanje lažje obravnavati z vrtinčnostjo. Poleg tega vrtinčnost opisuje način gibanja teles, ki ji potopimo v splošen vrtinec. V področju, kjer je vrtinčnost zanemarljiva, se potopljena telesa ne vrtijo, če imajo rotacijsko simetrijo vzdolž v smeri pravokotno na os vrtinca. Izkaže se, da je vrtinčnost sorazmerna z lokalno vrtilno količino majhnega dela tekočine.

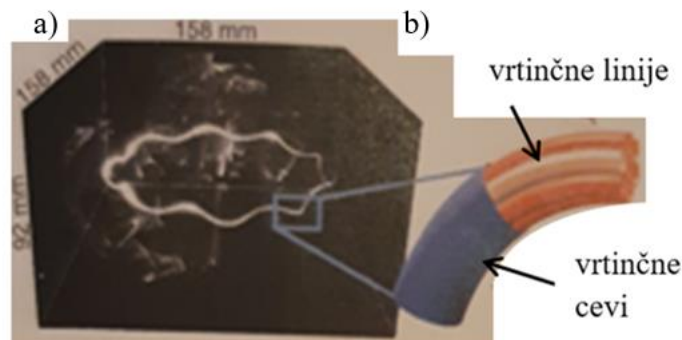
V splošnem kompleksnejše strukture vrtincev opisujemo z vrtinčnimi linijami. To so krivulje, ki so v vsaki točki vrtinca vzporedne z vektorjem vrtinčnosti v tisti točki. Dobimo jih kot rešitve družine diferencialnih enačb [8]:

$$\frac{dx}{\xi} = \frac{dy}{\eta} = \frac{dz}{\zeta}. \quad (7)$$

Vrtinčna cev je skupek več vrtinčnih linij, ki tvorijo obliko cilindra. Vrtinčne cevi so lahko zaprte (sklenjene), lahko se na eni strani končajo v tekočini, lahko pa se končajo na trdni meji. Primeri takih vrtincev so prikazani na sliki 6. Vrtinčne cevi lahko eksperimentalno opazujemo z ustreznimi optičnimi metodami. Na sliki 7 je predstavljena struktura vrtinčne cevi na primeru objekta v tekočini, ki je analogen oblakom na sliki 6a. Strukturo vrtinčne cevi lahko eksperimentalno sledimo z ustreznimi optičnimi metodami. Za vrtinčne linije veljajo topološki ohranitveni zakoni, če zanemarimo viskoznost tekočin. V realnosti so tekočine viskozne, zato omenjeni topološki zakoni zgolj približno opisujejo stanje sistema v končnem časovnem intervalu.



Slika 6. Različni primeri vrtincev, a) vrtinčne cevi so zaprte (sklenjene) [9]; b) vrtinčne cevi se na eni strani končajo v tekočini (meja v tekočini se vrti) [10]; c) vrtinčne cevi se končajo na trdni meji [11].



Slika 7. a) Slika spiralnosti vrtnične cevi v vodi dobljena z visoko hitrostno lasersko tomografijo in fluorescentnim barvilom. b) Skica vrtničnih filamentov in vrtničnih cevi. Povzeto po [12].

2.3 Spiralnost vrtnicev

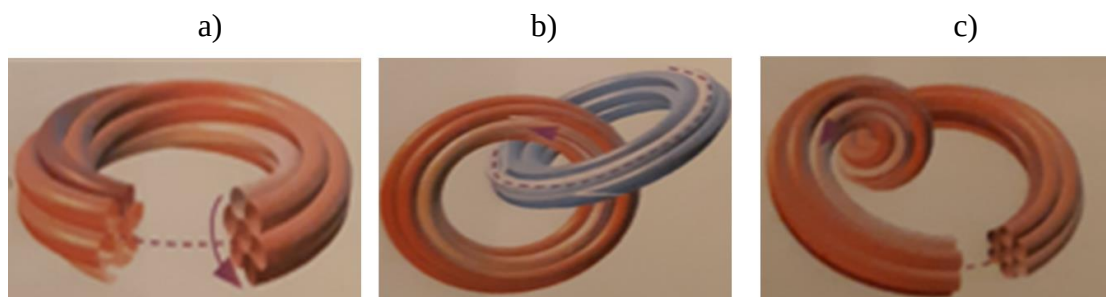
Iz znane vrtničnosti lahko izračunamo spiralnost (H) objekta, ki je nosilec vrtničnosti [12]:

$$H = \int \vec{v} \cdot \vec{\omega} dV, \quad (8)$$

kjer integracija poteka po celem prostoru. Spiralnost sestavljajo trije geometrijsko različni prispevki in sicer *zasučna* komponenta (H_{za}), *povezanost* (H_{po}) in *zvitost* (H_{zv}). Celotna spiralnost je tako:

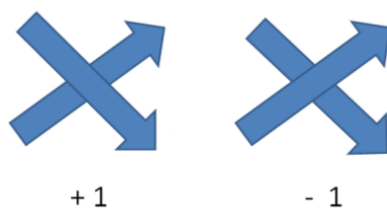
$$H = H_{za} + H_{po} + H_{zv} \quad (9)$$

in se ohranja, če je viskoznost zanemarljivo majhna. Na sliki 8 so prikazani objekti, ki prikazujejo komponente spiralnosti: *zasučnost* (slika 8a), *povezanost* (slika 8b) in *zvitost* (slika 8c). Zaradi ohranitvenega zakona lahko npr. izmerimo dve geometrijski značilnosti objekta in nato z uporabo ohranitvenega zakona izračunamo tretjo geometrijsko komponento.



Slika 8. Tipi spiralnosti vrtnicev: a) zasučnost, b) povezanost in c) zvitost. Povzeto po [12].

V članku [13] je predstavljeno, kako lahko v običajnih primerih relativno enostavno razberemo *povezanost* in *zvitost*. Izračun *zvitosti* je posebno enostaven za primer, če je vrtnična cev geometrijsko podobna zaključenemu *traku*. Na primeru olimpijskih krogov (slika 10) bomo prikazali izračun *zvitosti* objekta. Iz matematične analize sledi, da lahko *zvitost* izračunamo iz področij, kjer se *trak* »križa«. Pri tem vsako križanje prispeva bodisi 1 ali -1, v odvisnosti od načina križanja (slika 9). Na primeru olimpijskih krogov so vsa križanja v isti smeri, zato je vsota vseh križanj (glede na sliko 9) enaka -8.



Slika 9. Definicija različnih tipov križanja z vrednostma +1 za levo križanje in vrednosti -1 za desno križanje.

Izkaže se [13], da je *zvitost* vsota vseh teh križanj in *povezanost* je enaka polovični vsoti, velja torej

$$H_{zv} = 2H_{po}. \quad (10)$$



Slika 10. Olimpijski krogi. $H_{zv} = -8$ in $H_{po} = -4$.

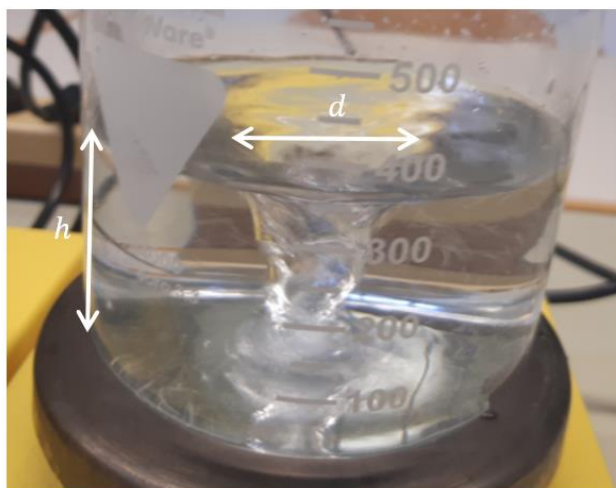
Na primeru trolistnega vozla (slika 11a) so vsa križanja 3, vsa so v isti smeri, zato je *zvitost* $H_{zv} = 3$, *povezanost* pa za polovico manjša ($H_{po} = 1,5$). Na primeru vozla osmice (slika 11b) so križanja 4, vsa so v isti smeri, zato je *zvitost* $H_{zv} = 4$ in *povezanost* za polovico manjša ($H_{po} = 2$).



Slika 11. a) Trolistni vozla: $H_{zv} = 3$ in $H_{po} = 1,5$; b) vozla osmice: $H_{zv} = 4$ in $H_{po} = 2$.

3 Poskus: stabilnost vrtincev v različnih tekočinah

Pri poskusih sem se osredotočila na geometrijske lastnosti vrtincev, tako, da sem merila njihove premere na gladini tekočine (d) in višine (h) v odvisnosti od moči mešanja (P), vrste tekočine, volumna (V) tekočine in višino mirujoče tekočine brez vrtinca (h_0). Druga lastnost, ki sem jo še preverila, pa je bila stabilnost nastalih vrtincev, tako da sem merila čas izginjanja nastalih vrtincev (t_i) od trenutka, ko izklopim magnetno mešalo, do takrat, ko vrtinec izgine, v odvisnosti od moči mešanja, vrste tekočine, višine in volumna tekočine. Tekočine sem mešala z magnetnim mešalom v treh različnih posodah P1, P2 in P3. Notranji premer posode P1 je bil ($5,5 \pm 0,2$) cm, posode P2 ($8,0 \pm 0,2$) cm in posode P3 ($9,5 \pm 0,2$) cm. Magnetno mešalo je imelo premer (5 ± 1) mm in dolžino (25 ± 1) mm. Z 1 do 7 so označene stopnje moči mešanja magnetnega mešala, pri čemer sem predvidevala, da je porazdelitev intervalov moči med posameznimi vrednostmi enakomerna. Vrtince sem preučevala v vodi, olju in tekočem jogurtu. Rezultati so bili pri olju in tekočem jogurtu precej podobni, zato bom v tem seminarju predstavila le rezultate za vodo in olje, ker se med seboj še najbolj razlikujejo.

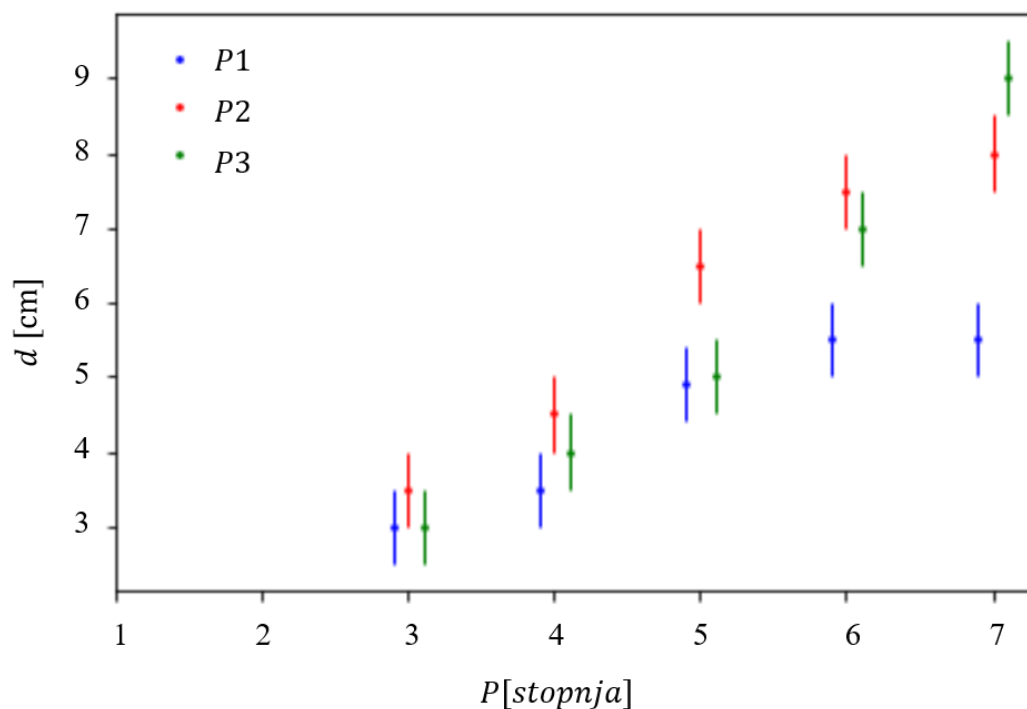


Slika 12 Vrtinec od blizu s premerom (d) in višino (h).

3.1 Vrtinci v vodi

Pri vseh opravljenih poskusih z vodo je bila kritična moč (P_{kr}), pri kateri je začel vrtinec nastajati, enaka ($P_{kr} = 3$). V izvedenih poskusih so razlike kritične moči za nastanek vrtinca premajhne, da bi jih lahko merila s svojimi instrumenti. Majhne razlike kritičnih moči so posledica majhne viskoznosti vode in posledično (zanemarljivo) majhnih energijskih izgub zaradi notranjih strižnih sil.

Premjer vrtincev na površini vode h_0 pri različnih stopnjah mešanja magnetnega mešala je predstavljen na sliki 13. Primerjala sem meritve za tri različne volumne in poskušala izbrati tri čim bolj podobne višine vode v različnih posodah zato, da bi lahko videla odvisnost premerov vrtincev od stopnje moči mešanja pri različnih volumnih. Premjer vrtincev je z naraščanjem stopnje moči mešanja naraščal. Manjši kot je bil volumen vode, manj strmo je naraščala odvisnost premera vrtincev od stopnje moči mešanja.

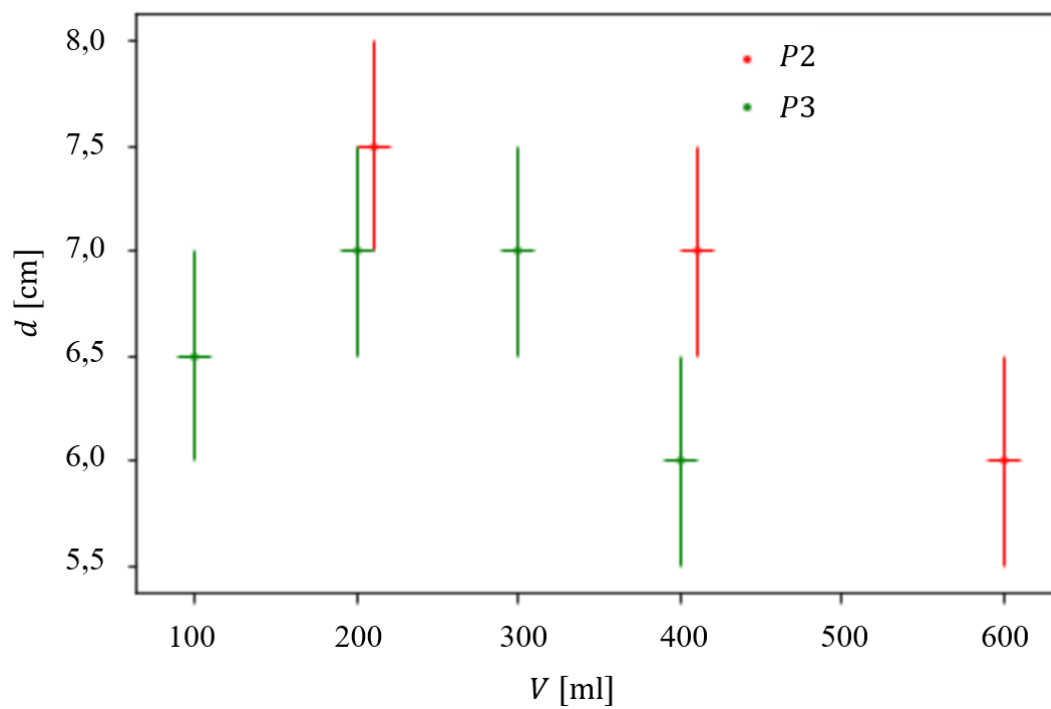


Slika 13. Premer vrtincev v vodi (d) v odvisnosti od stopnje moči mešanja (P). Modro: posoda P1 s $h_0 = (4,2 \pm 0,3)$ cm in $V = (100 \pm 5)$ ml. Rdeče: posoda P2 $h_0 = (4,1 \pm 0,3)$ cm in $V = (200 \pm 10)$ ml. Zeleno: posoda P3 s $h_0 = (4,3 \pm 0,3)$ cm in $V = (300 \pm 10)$ ml. Pri posamezni moči mešanja so točke nekoliko zamaknjene za boljši pregled.

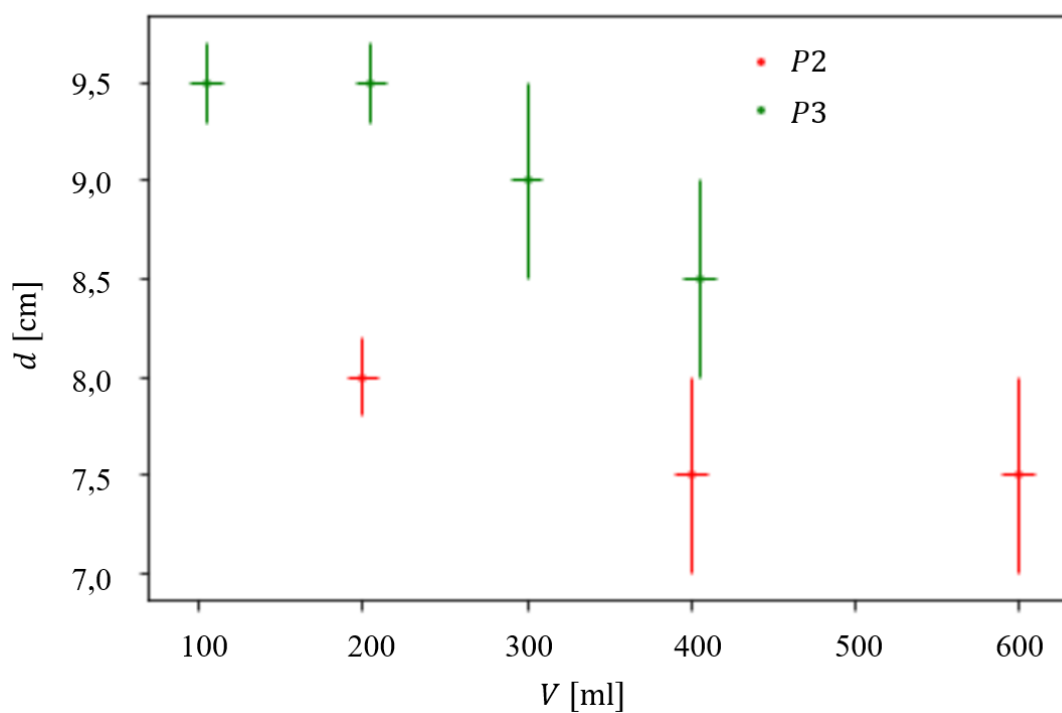
Pri konstantnih stopnjah moči mešanja $P = 3$ in $P = 4$ pri vodi med premeri ni bilo večjih razlik. Razlike so bile povsod manjše od $\Delta d = 0,5$ cm, kar je v okviru napake meritve. Pri stopnji moči mešanja $P = 3$ je bil povprečni premer vrtinca na površini vode enak $(3,2 \pm 0,5)$ cm, pri stopnji moči mešanja $P = 4$ je bil povprečni premer vrtinca $(4,2 \pm 0,5)$ cm. Razlike pri premerih vrtincev na površini tekočine pri konstantni moči mešanja so se začele poznati šele pri stopnji moči mešanja $P = 5$, večje razlike pa so bile šele pri $P = 6$ (slika 14a in slika 15a) in tudi $P = 7$ (slika 14b, slika 15b). Na slikah 14 in 15 so prikazane vrednosti samo v dveh posodah, ker je bil pri tej moči mešanja premer vrtinca na površini prve posode odvisen samo od notranjega premera posode P1.

Premer vrtincev na površini vode v odvisnosti od volumna je prikazan na sliki 14a za stopnjo moči mešanja $P = 6$ in na sliki 14b za stopnjo moči mešanja $P = 7$. Pri obeh lahko opazimo, da se premer vrtincev zmanjšuje, ko se volumen vode povečuje. Premer vrtincev v odvisnosti od višine vrtinca je prikazan na sliki 15a za stopnjo moči mešanja $P = 6$ in na sliki 15b za stopnjo moči mešanja $P = 7$. Pri obeh lahko opazimo, da se premer vrtincev zmanjšuje, ko se višina vrtinca povečuje.

a)

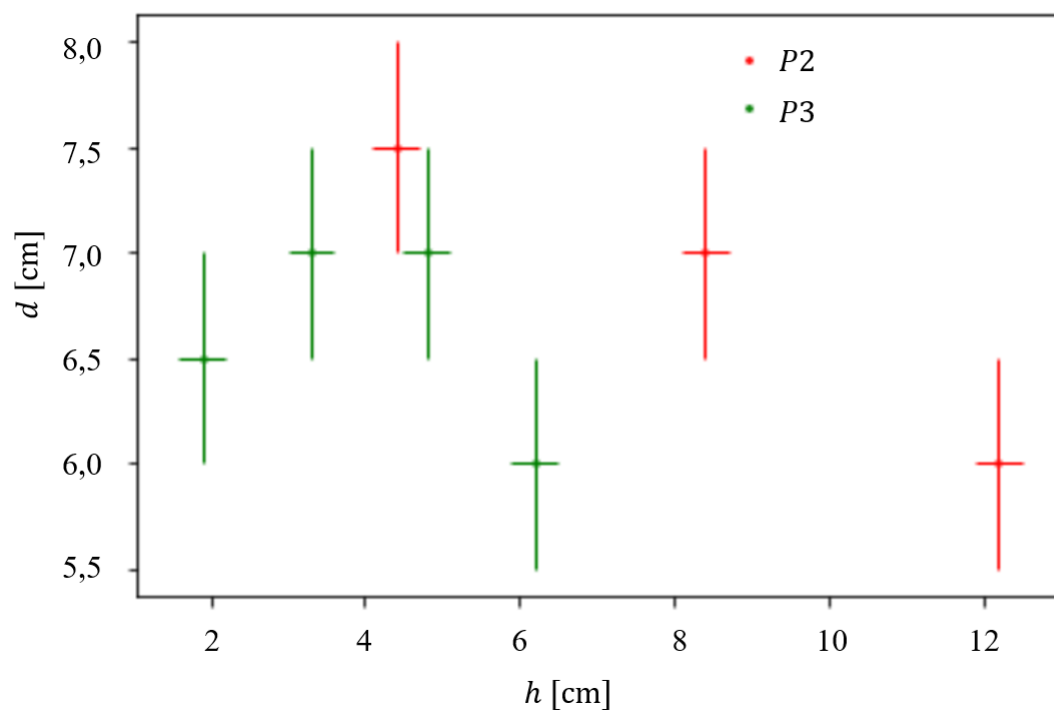


b)

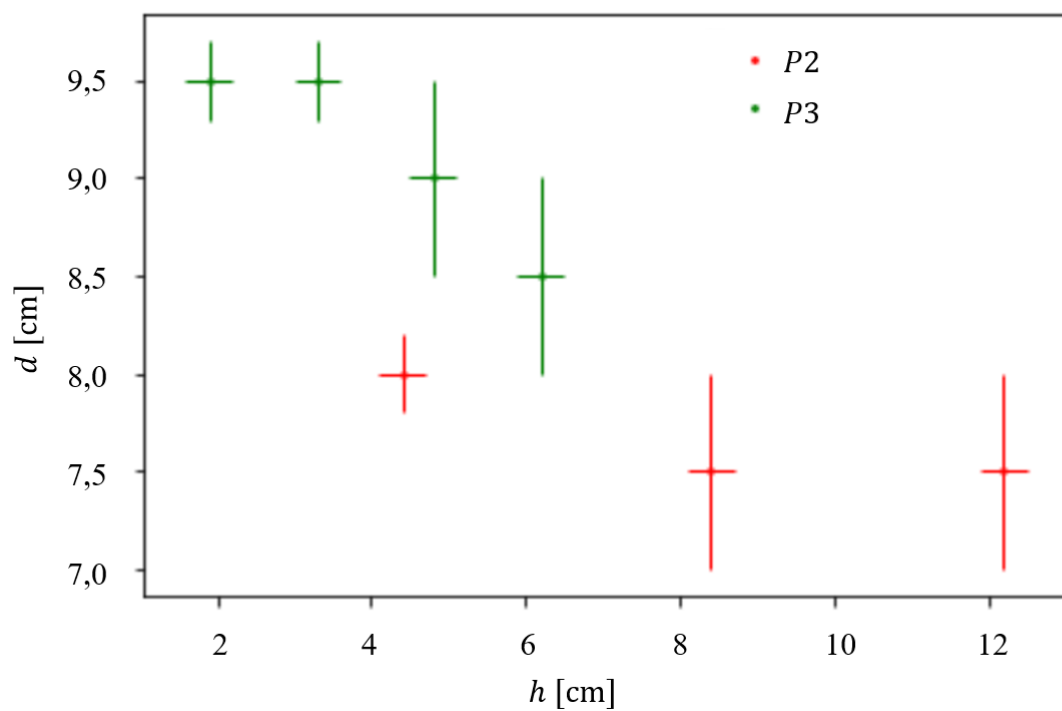


Slika 14. Premer vrtincev (d) v odvisnosti od volumna vode (V) v posodi P2 (rdeče) in posodi P3 (zeleno), pri konstantni stopnji moči mešanja a) $P = 6$ in b) $P = 7$.

a)

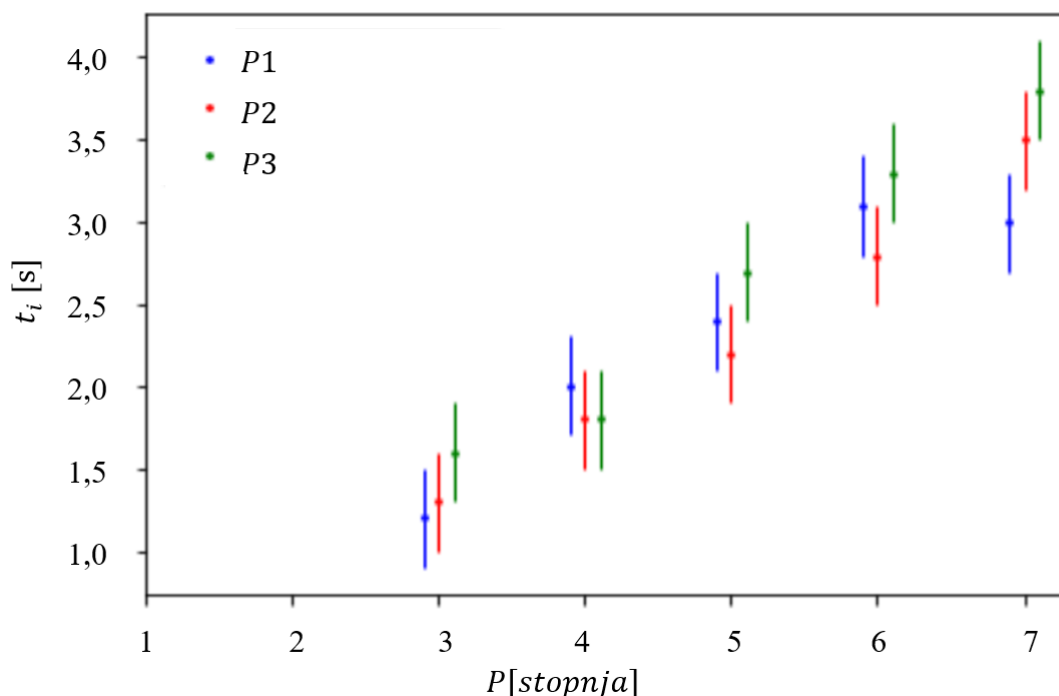


b)



Slika 15. Premer vrtincev (d) v odvisnosti od višine vrtinca v vodi (h) v posodi P2 (rdeče) in posodi P3 (zeleno), pri konstantni stopnji moči mešanja a) $P = 6$ in b) $P = 7$.

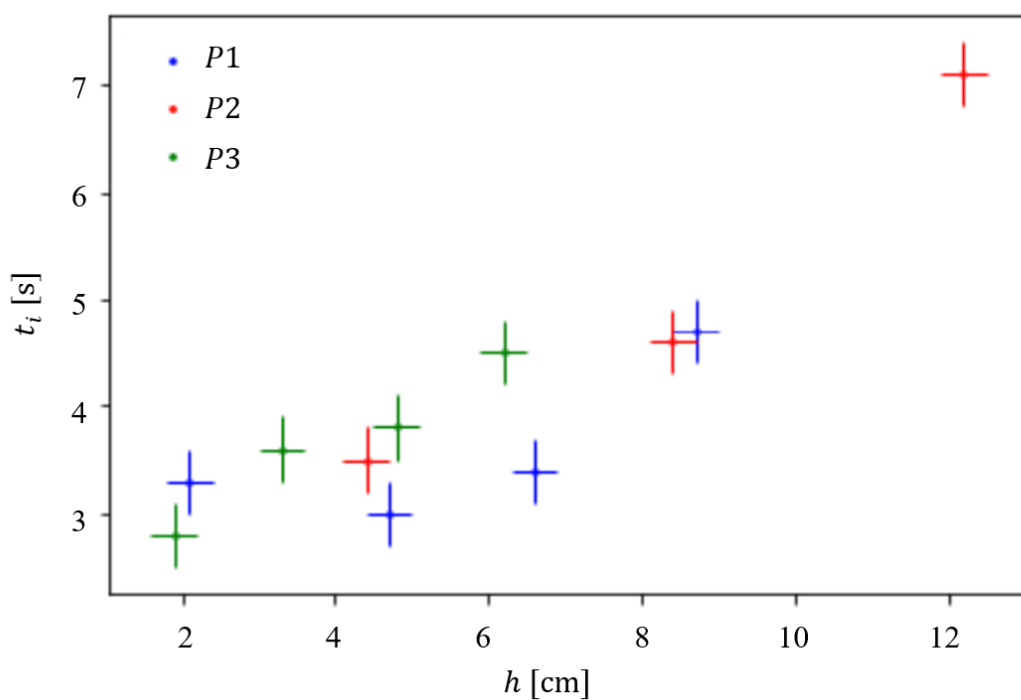
Čas izginjanja vrtincev v vodi v odvisnosti od stopnje moči mešanja je predstavljen na sliki 16. Med seboj sem primerjala tri čimbolj podobne višine vode z različnimi volumni, da bi lahko videla, kakšna je odvisnost časa izginjanja vrtincev od stopnje moči mešanja pri različnih volumnih. Čas izginjanja vrtincev v vodi je naraščal z naraščanjem stopnje moči mešanja približno enakomerno (neodvisno od volumna) iz česar lahko sklepamo, da je čas izginjanja vrtincev v vodi odvisen predvsem od višine vode.



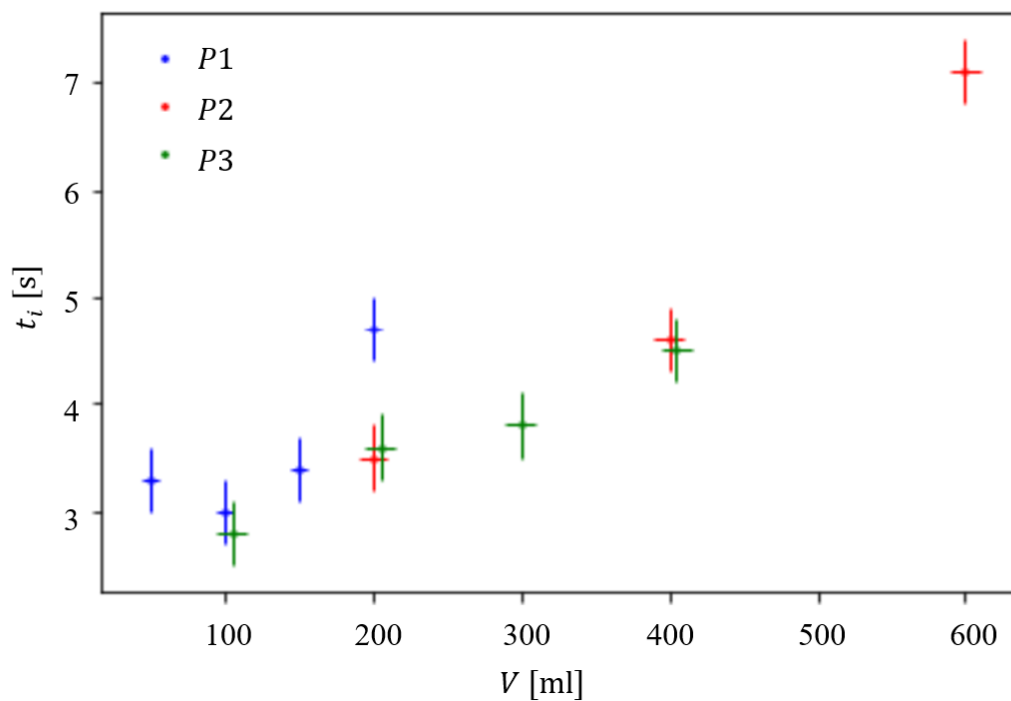
Slika 16. Čas izginjanja vrtincev v vodi (t_i) v odvisnosti od stopnje moči mešanja (P). Modro: posoda P1 s $h_0 = (4,2 \pm 0,3)$ cm in $V = (100 \pm 5)$ ml. Rdeče: posoda P2 s $h_0 = (4,1 \pm 0,3)$ cm in $V = (200 \pm 10)$ ml. Zeleno: posoda P3 s $h_0 = (4,3 \pm 0,3)$ cm in $V = (300 \pm 10)$ ml. Pri posamezni moči mešanja so točke nekoliko zamaknjene za boljši pregled.

Čas izginjanja vrtinca v odvisnosti od višine vrtinca v vodi pri konstantni stopnji moči mešanja $P = 7$ je prikazan na sliki 17a. Višja, kot je bila višina vrtinca, daljši je bil čas izginjanja vrtinca. Čas izginjanja vrtinca v odvisnosti od volumna vode prav tako pri konstantni stopnji moči mešanja $P = 7$, pa je prikazan na sliki 17b. Večji, kot je bil volumen tekočine, daljši je bil čas izginjanja vrtinca. Pomanjkljivost teh dveh grafov je, da pri teh meritvah višina vode in volumen vode nista neodvisna. Višja, kot je višina, večji je volumen vode in večji, kot je volumen vode, višja je višina.

a)

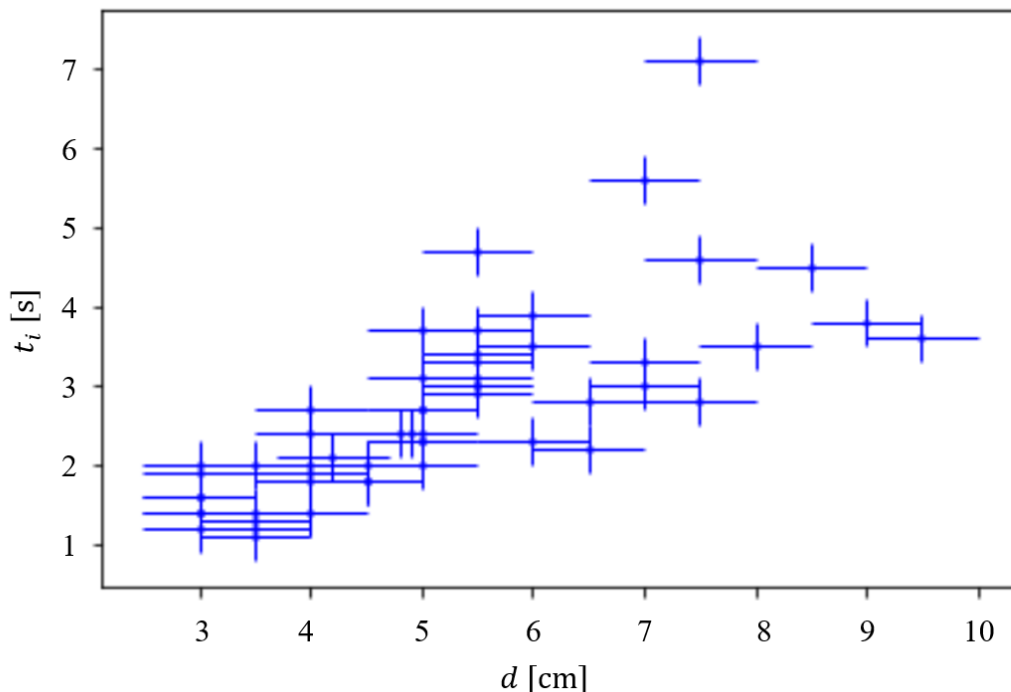


b)



Slika 17. Čas izginjanja vrtincev (t_i) pri konstantni stopnji moči mešanja ($P = 6$) v odvisnosti od a) višine vrtinca v vodi (h) in b) volumna vode (V). Z modro so označene vrednosti v posodi P1, z rdečo v posodi P2 in z zeleno v posodi P3.

Zanimalo me je, ali obstaja kakšna odvisnost med premerom vrtinca na površini vode in časom izginjanja vrtinca v vodi. Ta odvisnost je predstavljena na sliki 18. Pri tem sem zanemarila vse druge parametre, ki še vplivajo na čas izginjanja vrtinca, kot so stopnja moči mešanja, višina vode in volumen vode. Ugotovila sem, da se z večanjem premera vrtinca na površini tekočine tudi povečuje čas izginjanja vrtinca. Naraščanje časa izginjanja vrtinca približno linearno.



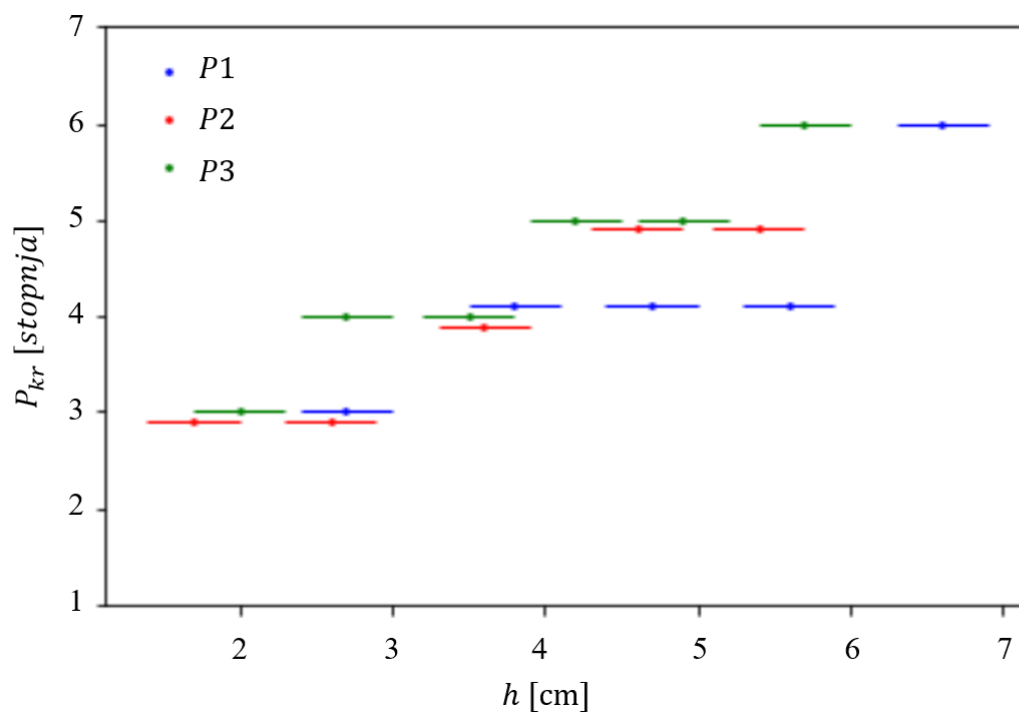
Slika 18. Čas izginjanja vrtinca (t_i) v odvisnosti od premera vrtinca na površini vode (d).

3.2 Vrtinci v olju

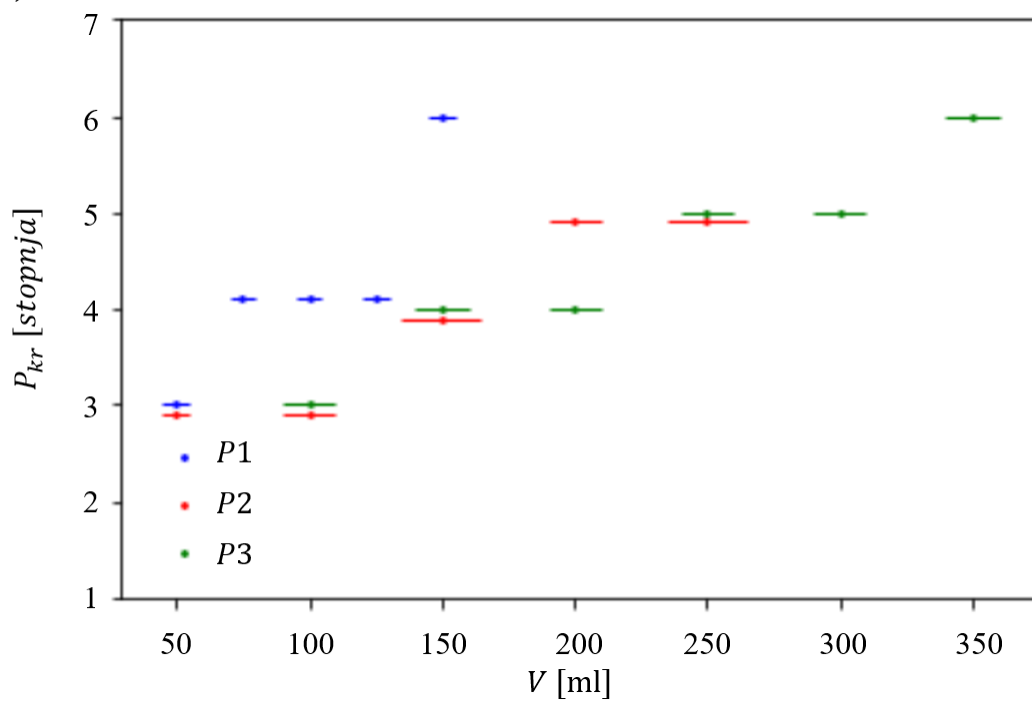
Za razliko od vode je bila pri olju kritična stopnja moči mešanja pri kateri nastane vrtinec, odvisna od spreminjanja višine in volumna tekočine (olja). Odvisnost kritične stopnje moči mešanja od višine vrtinca v olju prikazuje slika 19a. Z višanjem višine olja, se je višala tudi stopnja kritične moči mešanja. Pri približno istih višinah je bila kritična stopnja moči mešanja odvisna tudi od volumna olja (večji kot je bil volumen večja je bila kritična stopnja moči mešanja). Bolj podrobno odvisnost kritične stopnje moči mešanja od volumna olja prikazuje slika 19b. Večji kot je volumen olja, večja je kritična stopnja moči mešanja.

Odvisnost premerov vrtincev na površini tekočine pri različnih stopnjah mešanja magnetnega mešala je predstavljena na sliki 20. Med seboj sem primerjala tri različne volumne in tri različne višine olja brez vrtincev v treh različnih posodah. Pri tem sem izbrala tri čimbolj podobne višine olja (brez vrtincev), da bi lahko videla, kakšna je odvisnost premerov vrtincev od stopnje moči mešanja pri različnih volumnih. Premer vrtincev je z naraščanjem stopnje moči mešanja naraščal. Manjši, kot je bil volumen olja, bolj strmo je naraščala odvisnost premera vrtincev od stopnje moči mešanja.

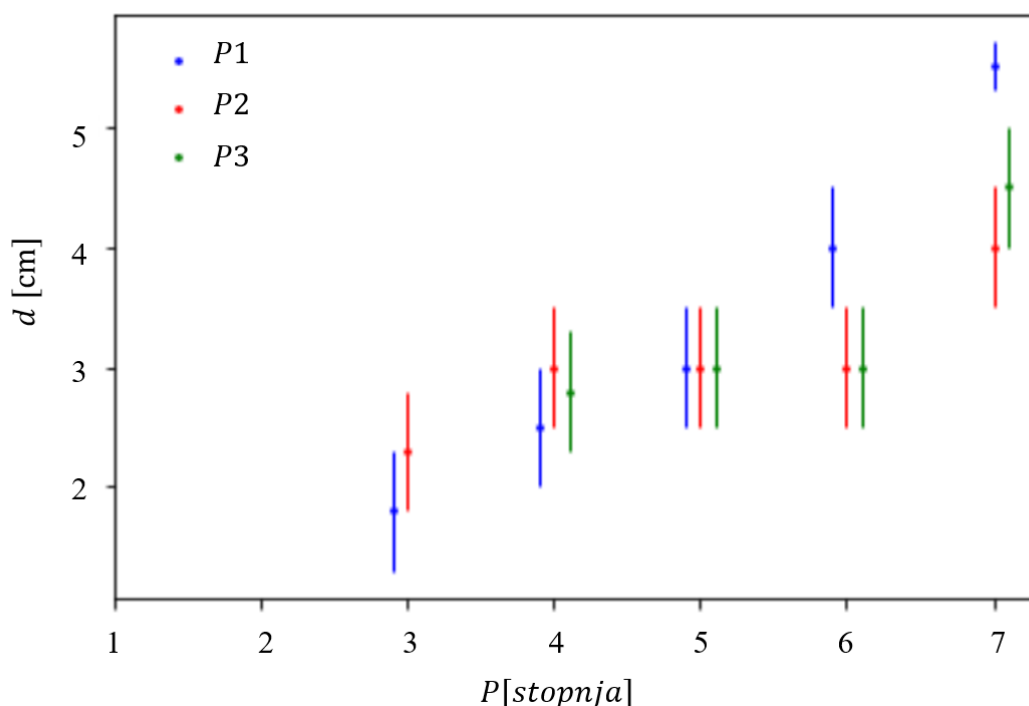
a)



b)



Slika 19. Kritična stopnja moči mešanja (P_{kr}) v odvisnosti od a) višine vrtnca v olju (h) in b) volumna olja (V).

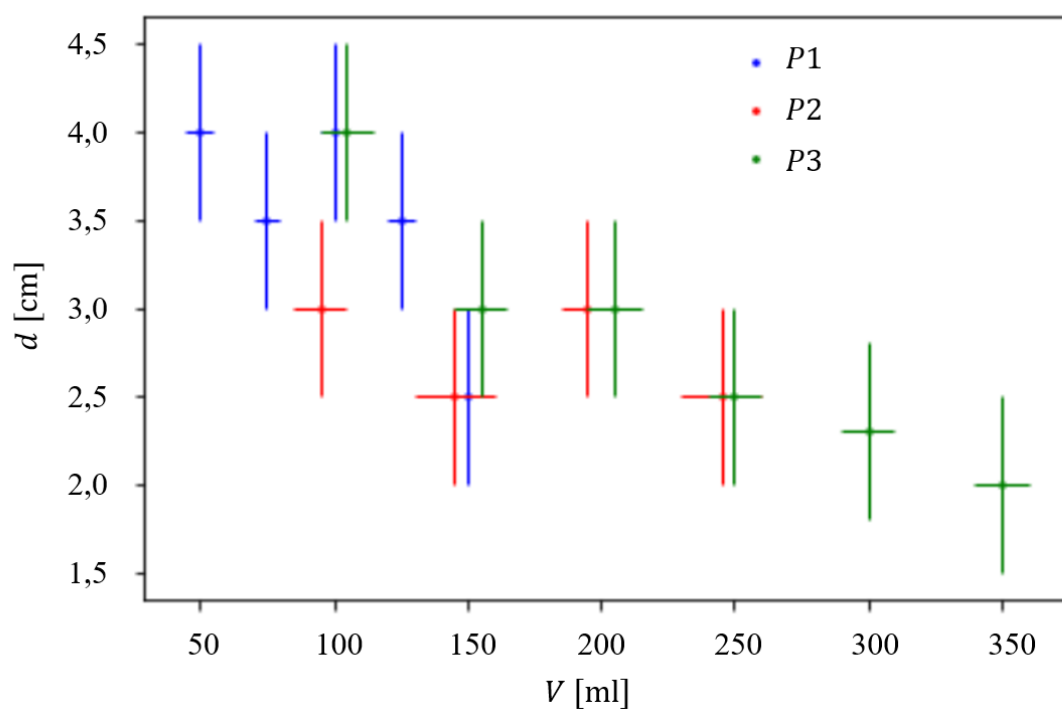


Slika 20. Premer vrtincev (d) v odvisnosti od stopnje moči mešanja (P). Modro: posoda P1 s $h_0 = (2,1 \pm 0,3)$ cm in $V = (50 \pm 5)$ ml. Rdeče: posoda P2 s $h_0 = (2,2 \pm 0,3)$ cm in $V = (100 \pm 10)$ ml. Zeleno: posoda P3 s $h_0 = (2,2 \pm 0,3)$ cm in $V = (150 \pm 10)$ ml. Pri posamezni moči mešanja so točke nekoliko zamaknjene za boljši pregled.

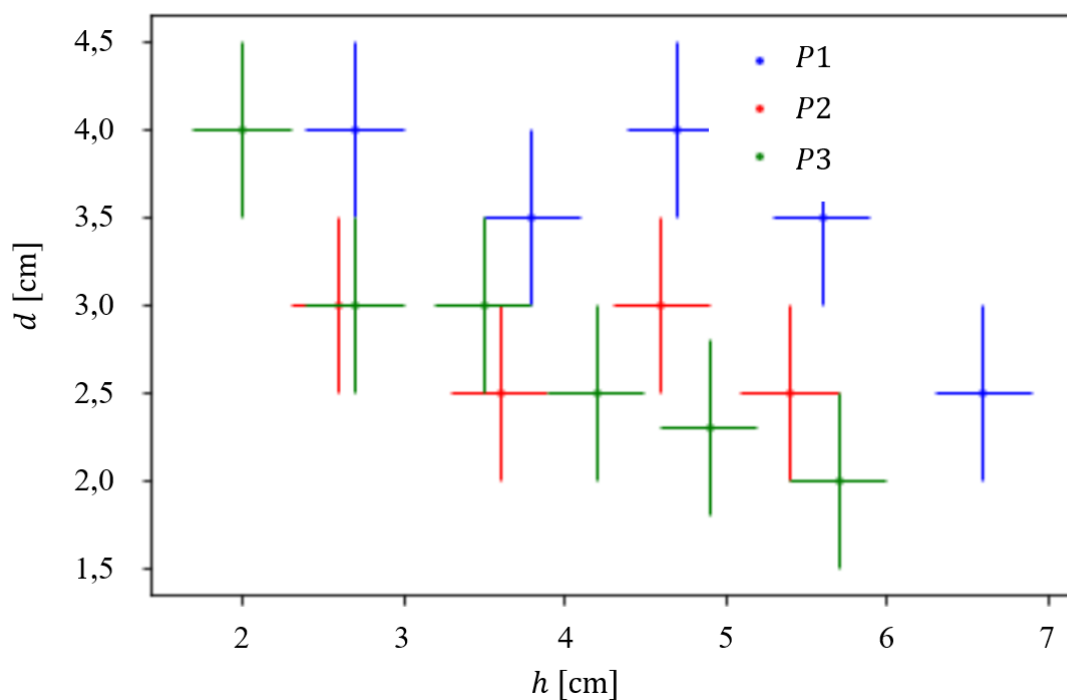
Premer vrtinca na površini tekočine v odvisnosti od volumna pri konstantni stopnji moči mešanja $P = 6$ je prikazan na sliki 21a. Opazimo, da se premer vrtinca na površini olja zmanjšuje z večanjem volumna olja. Nekateri rezultati odstopajo od tega trenda, vendar so v okviru napak meritve. Na sliki 21b je prikazana odvisnost premera vrtinca na površini tekočine od višine vrtincev pri konstantni stopnji moči mešanja $P = 6$. Opazimo, da se z višanjem višine vrtincev zmanjšuje premer vrtincev na površini tekočine.

Čas izginjanja vrtincev v olju v odvisnosti od stopnje moči mešanja je predstavljen na sliki 22. Med seboj sem primerjala tri čimbolj podobne višine olja z različnimi volumni, da bi lahko videla kakšna je odvisnost časa izginjanja vrtincev od stopnje moči mešanja pri različnih volumnih. Čas izginjanja vrtincev je z naraščanjem stopnje moči mešanja naraščal. Čas izginjanja vrtincev je naraščal z naraščanjem stopnje moči mešanja približno enakomerno (neodvisno od volumna), iz česar lahko sklepamo, da je čas izginjanja vrtincev v vodi odvisen predvsem od višine vrtinca.

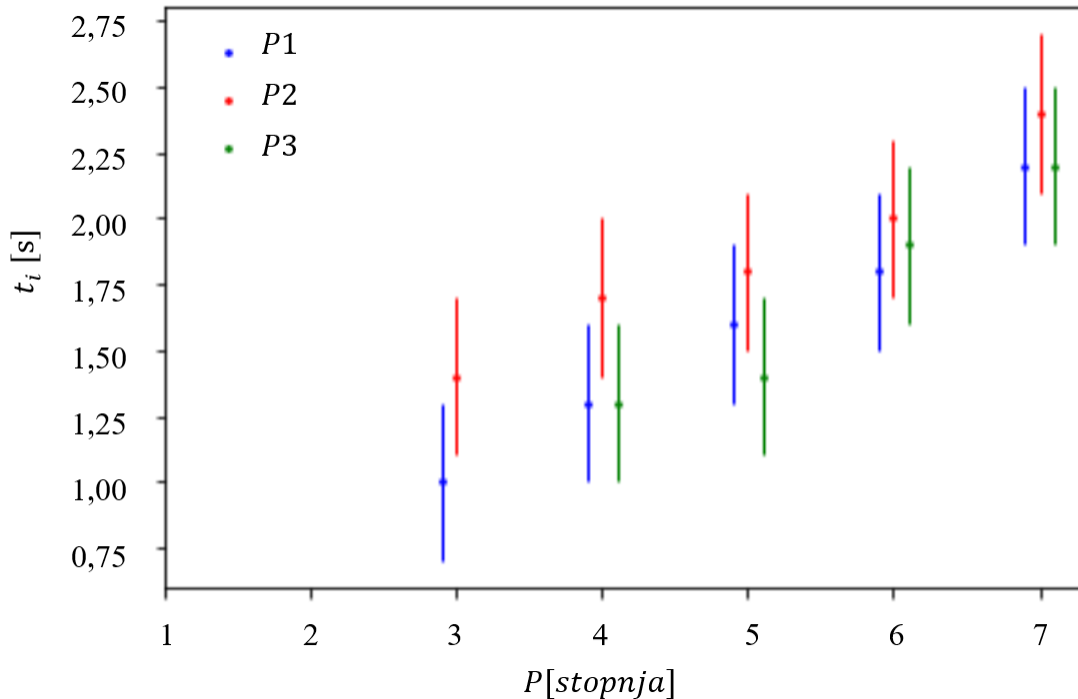
a)



b)



Slika 21. Premer vrtincev (d) pri konstantni moči mešanja $P = 6$ v odvisnosti od a) volumna olja (V) in b) višine vrtincev v olju (h) v posodi P1 (modro), posodi P2 (rdeče) in posodi P3 (zeleno). Na osi x so nekatere vrednosti rahlo zamaknjene zaradi boljšega pregleda.

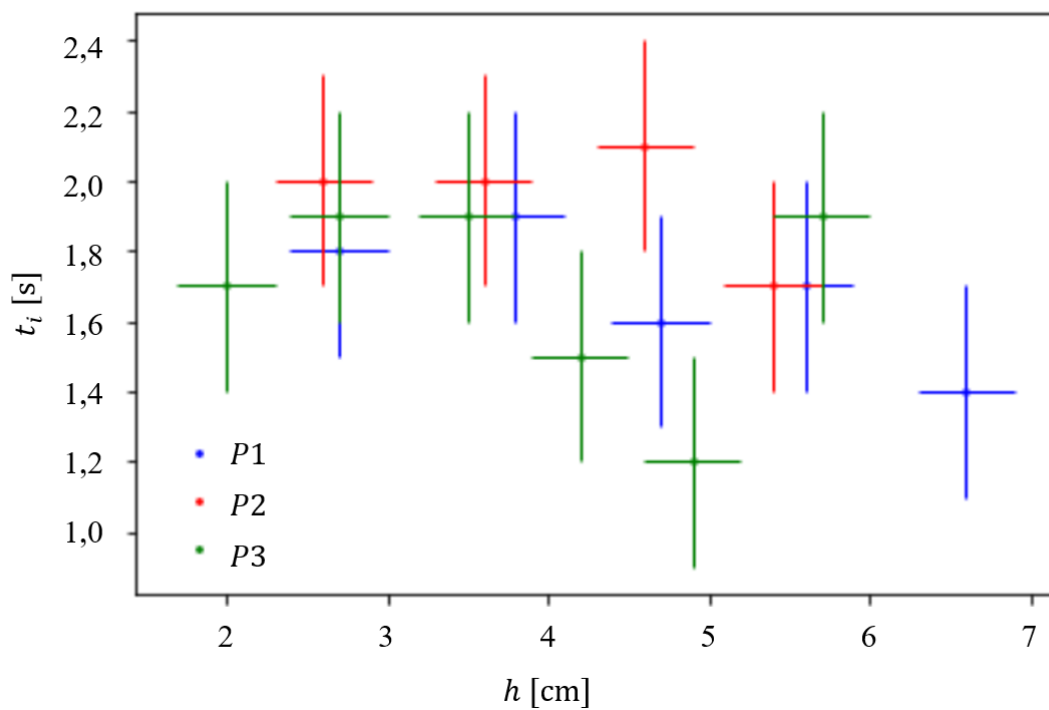


Slika 22. Čas izginjanja vrtincev (t_i) v odvisnosti od stopnje moči mešanja (P). Modro: posoda P1 s $h_0 = (2,1 \pm 0,3)$ cm in $V = (50 \pm 5)$ ml. Rdeče: posoda P2 s $h_0 = (2,2 \pm 0,3)$ cm in $V = (100 \pm 10)$ ml. Zeleno: posoda P3 s $h_0 = (2,2 \pm 0,3)$ cm in $V = (150 \pm 10)$ ml. Pri posamezni moči mešanja so točke nekoliko zamaknjene za boljši pregled.

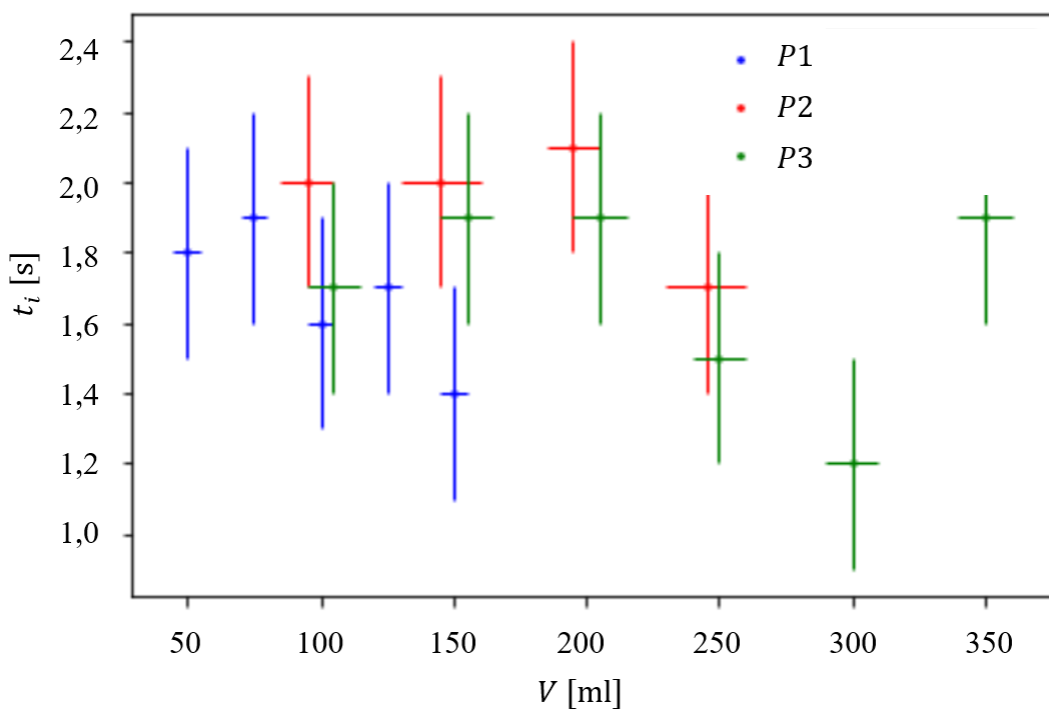
Čas izginjanja vrtnica v olju v odvisnosti od višine vrtnica v olju je prikazan na sliki 23a, čas izginjanja vrtnica v odvisnosti od volumna olja pa na sliki 23b. Čas izginjanja vrtnica je rahlo padal z naraščanjem višine vrtnica. Čas izginjanja vrtnica pri $h = (5,5 \pm 0,5)$ cm v P3 (slika 23a) tako izstopa od ostalih, da je boljše, da se ne upošteva oz. bi morala čas vrtnica še enkrat izmeriti pri teh pogojih. Prav tako čas izginjanja vrtnica rahlo pada z naraščanjem volumna tekočine, kjer je čas izginjanja vrtnica pri $V = (350 \pm 10)$ ml v P3 (slika 23b) ponovno odstopa in jo obravnavam enako kot v primeru na sliki 23a.

Tudi za olje sem preverila ali obstaja kakšna odvisnost med premerom vrtnica na površini olja in časom izginjanja vrtincev tekočini (slika 24). Pri tem sem zanemarila vse druge parametre, ki še vplivajo na čas izginjanja vrtnica kot so stopnja moči mešanja, višina olja in volumen olja. Ugotovila sem, da se z večanjem premera vrtnica na površini tekočine tudi povečuje čas izginjanja vrtnica.

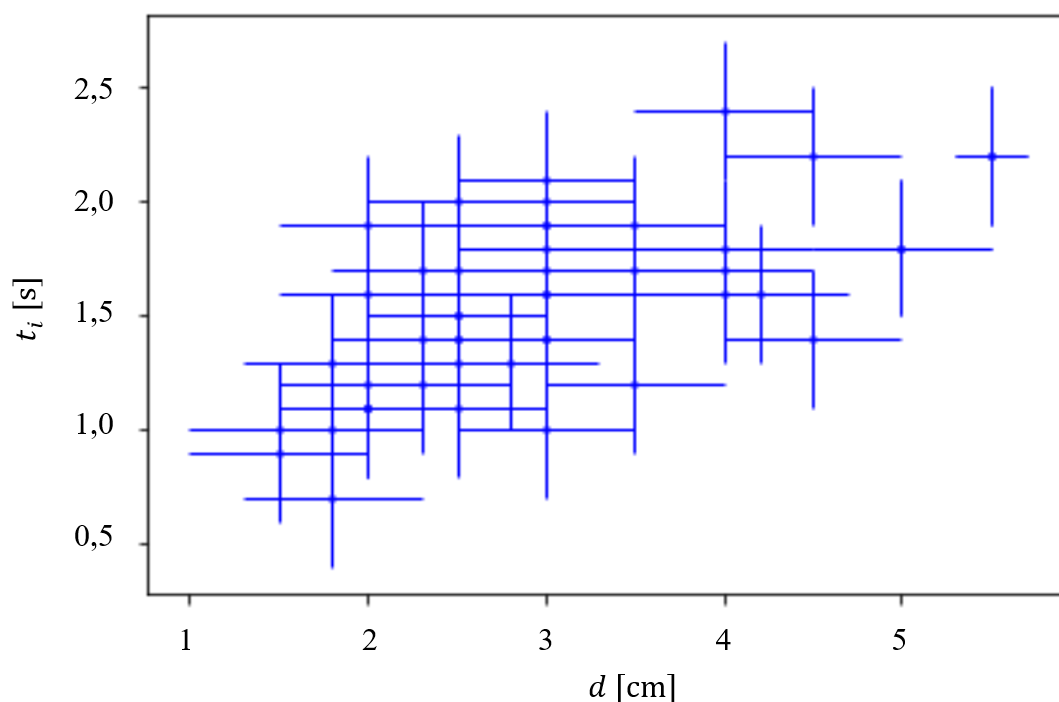
a)



b)



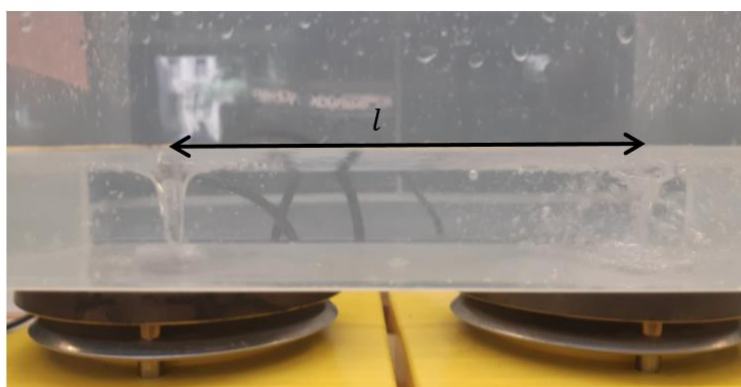
Slika 23. Čas izginjanja vrtincev v olju (t_i) pri konstantni stopnji moči mešanja ($P = 6$) v odvisnosti od a) višine vrtincev v olju (h) in b) volumna olja (V). Z modro so označene vrednosti v posodi P1, z rdečo v posodi P2 in z zeleno v posodi P3.



Slika 24. Čas izginjanja vrtinca (t_i) v odvisnosti od premera vrtinca na površini olja (d).

3.3 Neuspeli poskusi

Preizkusiti sem želela tudi, kako se dva vrtinca obnašata, ko sta blizu skupaj, glede na to ali se vrtita v isto smer ali v nasprotno smer, ter preveriti, v katerih primerih se privlačita in v katerih odbijata. Najmanjša možna razdalja (l) med središčema vrtincev (slika 25), ki sem jo lahko dosegla, je merila $(15,0 \pm 0,5)$ cm, kar je bilo preveč, da bi lahko opazovala odbij ali privlak med vrtincema. Poleg tega sta se obe mešali vrteli v isto smer tako, da ne bi mogla preizkusiti anihilacije vrtincev z nasprotno vrtničnostjo.



Slika 25. Vrtinca, katerih središči sta drug drugega oddaljeni za $l = (15,0 \pm 0,5)$ cm.

Želela sem preveriti tudi hitrost kroženja vrtinca v odvisnosti od razdalje od središča, tako da bi v vrtinec pri določenem polmeru dala majhen delček in izmerila čas, ki ga porabi, da naredi en krog. Vendar je tak delček potegnilo v središče vrtinca, še preden je naredil en krog, zato na

tak način nisem mogla izmeriti hitrosti v odvisnosti od polmera vrtinca. Drugi problem, ki ga nisem mogla obravnavati z obstoječo opremo, je bil vpliv velikosti delca na obnašanje vrtinca, npr. ali bi delec povzročil dodatne turbulence, ko bi ga vstavila v vrtinec. Tega s takšno opremo tudi ne bi znala izmeriti in/ali oceniti. Baker in sodelavci [4] so hitrost merili z laserskim Dopplerjevim anemometrom. To so naredili tako, da so v vodo dali majhne delce na katerih se svetloba sipa, nato pa so z laserskim Dopplerjevim anemometrom svetili na te delce, svetloba se je odbila nazaj, z uporabo Dopplerjevega efekta pri razlikah poslanih in sprejetih frekvenc svetlobe, pa so nato izračunali hitrost vrtinca.

4 Zaključek

V diplomskem delu sem eksperimentalno preučevala preproste vrtince v tekočinah. V uvodnem delu sem podala splošni opis vrtincev in ključne količine, ki se običajno uporabljajo za opis vrtincev. V drugem delu sem merila čas izginjanja vrtincev in premer vrtincev v odvisnosti od stopnje moči mešanja, višine tekočine (z vrtincem in brez vrtinca) in volumna tekočine. Vrtince sem ustvarjala z magnetnim mešalom v vodi, olju in tekočem jogurtu. Olje in voda se zelo razlikujeta po viskoznosti, zato so bile rezultati meritev pri teh tekočinah precej različni. Olje in tekoči jogurt pa imata precej podobno viskoznost, zato med njunimi meritvami ni bilo večjih razlik. Iz tega razloga, sem se v diplomskem seminarju omejila izključno na primerjavo meritev v vodi in olju.

Ugotovila sem, da se pri izbranem volumnu tekočine, višini tekočine in moči mešanja polmer vrtinca zmanjšuje z večanjem viskoznosti tekočine. Ko z mešanjem prenehamo, vrtinec izgine v nekem karakterističnem času, ki je večji v vodi kot v olju.

Glavna razlika med obema tekočinama je bila, da se je v vodi čas izginjanja vrtinca povečeval z naraščanjem višine in volumna tekočine v olju (in tekočem jogurtu) pa velja ravno obratno. Vrtinci v vodi so torej bolj stabilni kot vrtinci v olju, kar je posledica viskoznosti tekočine. Pri bolj viskoznih tekočinah je večje trenje med sosednjimi deli tekočine, zaradi česar se kinetična energija delov tekočine v vrtincu hitreje pretvarja v notranjo energijo tekočine, pri tem pa opazimo, da vrtinec izginja hitreje v bolj viskoznih tekočinah.

Svoje poskuse bi lahko izboljšala z uporabo opreme, ki bi mi omogočala, da bi izmerila še hitrostni profil vrtinca ali s sledenjem tiru majhnega delca po vrtincu. Za nadgradnjo teh poskusov pa bi bilo dobro raziskati, zakaj se čas izginjanja vrtinca povečuje pri višanju višine manj viskozne tekočine, pri bolj viskoznih tekočinah pa je trend ravno obraten. Meritve bi naredili v več različno viskoznih tekočinah in preverili, kakšen je vpliv velikosti posode v primerjavi z velikostjo vrtinca na čas izginjanja vrtinca.

Viri in literatura

- [1] Wikipedija, *VORTEX- project* https://en.wikipedia.org/wiki/VORTEX_projects (pridobljeno 3.9.2024).
- [2] Z.-B. Wang, L. Chen, Y.-W. Cao, C.-X. Ke, J.-C. Yang, and M.-J. Ni, *Free evolution vortex in a magnetic field*, Phys. Rev. Fluids, 8 (083703).
- [3] C. Ziming, C. Zhu, L. Wu, B. Lou, P. Feng in X. Wang, *Vortex domain configuration for energy-storage ferroelectric ceramics design: A phase-field simulation*, Appl. Phys. Lett. 119 (032901).
- [4] G. R. Baker, S. J. Barker, K. K. Bofah in P. G. Saffman, *Laser anemometer measurements of trailing vortices in water*, J. Fluid Mech., 65 (2).
- [5] G. Halász, B Gyüre, I.M. Jánosi, K. G. Szabó in T. Tél, *Vortex flow generated by magnetic stirrer*, Am. J. Phys., 75 (12).
- [6] H. Ahmari in S. M. Imran Kabir, *Applied Fluid Mechanics Lab Manual* (Mavs Open Press, Texas, 2019).
- [7] W.W. Hubesch, B.R. Munson, D. F. Young in T.H. Okiishi, *Fundamentals of Fluid Mechanic* (John Wiley & Sons, Haboken, 2010)
- [8] P.G. Saffman, *Vortex Dynamics* (Cambridge University Press, New York, 1995).
- [9] Joe Belanger, *Man smoking and blowing rings*. Pridobljeno 3.9.2024, s <https://fineartamerica.com/featured/man-smoking-and-blowing-smoke-rings-joe-belanger.html>.
- [10] Meditation24-7.com, *Vortex- water*. Pridobljeno 3.9.2024, s <https://www.pinterest.com/pin/786511522401127594/>.
- [11] Checka Trade, *How to fix smelly drains*. Pridobljeno 3.9.2024, s <https://www.checkatrade.com/blog/wp-content/uploads/2021/03/Feature-How-to-fix-smelly-drains.jpg>.
- [12] M. W. Scheeler, W. M. van Rees, H. Kedia, D. Kleckner in W. T. M. Irvine, *Complete measurement of helicity and its dynamics in vortex tubes*, Science, 357 (6350).
- [13] A. Watson, *Twists, tangles and topology: For many of us, a knot is just*. Pridobljeno 4.9.2024, s <https://www.newscientist.com/article/mg13217894-600-twists-tangles-and-topology-for-many-of-us-a-knot-is-just/>.